

# **MUESTREO ESTADÍSTICO**



**M. Virtudes Alba Fernández**  
**Nuria Ruiz Fuentes**

*Departamento de Estadística e Investigación Operativa*  
*Universidad de Jaén*

# **MUESTREO ESTADÍSTICO**

SEPTEN EDICIONES

*Oviedo, 2004*

*Título: Muestreo Estadístico*

*1ª Edición, octubre 2004*

*Este libro no podrá ser reproducido, ni total ni parcialmente, sin el previo permiso escrito del editor. Todos los derechos reservados.*

© M. Virtudes Alba Fernández y Nuria Ruiz Fuentes

© Septem Ediciones, S. L.

*Cimadevilla 15, esc. A 1ªC 33003-Oviedo*

*Tfno. 985 20 85 12 Fax. 985 20 85 13*

*e-mail: [info@septemediciones.com](mailto:info@septemediciones.com)*

*[www.septemediciones.com](http://www.septemediciones.com)*

*Colección: septem universitas*

*Diseño Cubierta e interior: M&R Studio*

*Año: 2004*

*Depósito Legal: SE-0 \_\_\_\_\_/2004*

*Impresión: Publidisa*

*ISBN: 84-95687-36-4*

*Impreso en España-Printed in Spain*

# Índice

CAPÍTULO 1. CONCEPTOS BÁSICOS .....	9
1. Elementos del problema de muestreo .....	9
2. Fases de una encuesta por muestreo .....	10
3. Fuentes de error .....	11
4. Diseño muestral .....	12
4.1. Espacio muestral .....	12
4.2. Probabilidades de inclusión .....	14
5. Inferencia en el muestreo en poblaciones finitas .....	15
5.1. Estadísticos y estimadores .....	15
5.2. Propiedades de los estimadores .....	17
5.3. ¿Cómo elegir un buen estimador? .....	18
5.4. Estimación por intervalos .....	18
5.5. Determinación de estimadores insesgados .....	20
6. Ejercicios resueltos .....	25
Ejercicio 1.1 .....	25
Ejercicio 1.2 .....	27
Ejercicio 1.3 .....	30
Ejercicio 1.4 .....	32
Ejercicio 1.5 .....	33
Ejercicio 1.6 .....	34
Ejercicio 1.7 .....	36
CAPÍTULO 2. MUESTREO ALEATORIO SIMPLE Y MUESTREO ALEATORIO CON REPOSICIÓN .....	39
1. Muestreo aleatorio simple o irrestrictamente aleatorio .....	39
1.1. Estimadores lineales e insesgados .....	40
1.2. Varianza de los estimadores .....	40
1.3. Estimación de la varianza de los estimadores .....	41
1.4. Tamaño de muestra fijado el error de estimación .....	42
2. Muestreo aleatorio con reposición .....	43
2.1. Estimadores de los parámetros .....	43
2.2. Varianzas de los estimadores .....	44
2.3. Estimación de la varianza de los estimadores .....	44

2.4. Tamaño de muestra fijado el error de estimación .....	45
3. Ejercicios resueltos .....	46
Ejercicio 2.1 .....	46
Ejercicio 2.2 .....	49
Ejercicio 2.3 .....	52
Ejercicio 2.4 .....	53
Ejercicio 2.6 .....	56
Ejercicio 2.7 .....	58
CAPÍTULO 3. MUESTREO SISTEMÁTICO .....	61
1. Introducción .....	61
2. Estimación de los parámetros .....	62
3. Varianza de los estimadores .....	63
4. Estimación de la varianza de los estimadores .....	63
4. Ejercicios resueltos .....	65
Ejercicio 3.1 .....	65
Ejercicio 3.2 .....	69
Ejercicio 3.3 .....	70
Ejercicio 3.4 .....	71
Ejercicio 3.5 .....	72
CAPÍTULO 4. MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO .....	75
1. Introducción .....	75
2. Estimadores de los parámetros .....	75
3. Varianza de los estimadores .....	76
4. Estimación de la varianza de los estimadores .....	77
5. Determinación del tamaño muestral en cada estrato. Afijación .....	78
6. Tamaño de muestra para un error de estimación fijo .....	79
7. Estratificación a posteriori o post-estratificación .....	84
7.1. Varianza de los estimadores .....	85
7.2. Estimación de la varianza de los estimadores .....	86
8. Ejercicios resueltos .....	87
Ejercicio 4.1 .....	87
Ejercicio 4.2 .....	91
Ejercicio 4.3 .....	94
Ejercicio 4.4 .....	96
Ejercicio 4.5 .....	98
Ejercicio 4.6 .....	100
Ejercicio 4.7 .....	102
Ejercicio 4.8 .....	106
Ejercicio 4.9 .....	108
Ejercicio 4.10 .....	110

CAPÍTULO 5. MÉTODOS INDIRECTOS DE ESTIMACIÓN: ESTIMACIÓN POR DIFERENCIAS Y ESTIMACIÓN POR RAZÓN .....	113
1. Estimadores por diferencias .....	114
2. Estimadores de razón .....	116
2.1. Estimadores de los parámetros .....	116
2.2. Sesgo de los estimadores .....	117
1.1.1. Acotación del sesgo del estimador de la razón .....	117
1.1.2. Aproximación del sesgo del estimador de la razón .....	118
3. Varianza de los estimadores .....	119
3.1. Estimadores de razón en el muestreo estratificado .....	121
1.1.1. Estimadores de razón separados .....	121
1.1.1. Estimadores de razón combinados .....	123
4. Ejercicios resueltos .....	125
Ejercicio 5.1 .....	125
Ejercicio 5.2 .....	133
Ejercicio 5.3 .....	136
Ejercicio 5.4 .....	141
Ejercicio 5.5 .....	146
Ejercicio 5.6 .....	148
Ejercicio 5.7 .....	151

CAPÍTULO 6. MÉTODOS INDIRECTOS DE ESTIMACIÓN II. ESTIMADORES DE REGRESIÓN .....	157
1. Estimadores de regresión con $b$ conocida .....	158
2. Estimadores de regresión para $b$ obtenida a partir de la muestra .....	159
3. Estimadores de regresión en el muestreo estratificado .....	160
3.1. Estimadores de Regresión Separados .....	160
3.1.1. Estimadores de regresión separados con $b_i$ conocidas. ....	161
3.1.2. Estimadores de regresión con $b_i$ obtenidas a partir de la muestra .....	163
3.2. Estimadores de Regresión Combinados .....	164
3.2.2. Estimadores de regresión combinados con $b_c$ conocido. ....	164
3.2.2. Estimadores de regresión combinados con $b_c$ obtenida a partir de la muestra. .	166
3. Ejercicios resueltos .....	167
Ejercicio 6.1 .....	167
Ejercicio 6.2 .....	168
Ejercicio 6.3 .....	169
Ejercicio 6.4 .....	173
Ejercicio 6.5 .....	175

CAPÍTULO 7. MUESTREO POR CONGLOMERADOS MONOETÁPICO .....	181
1. Introducción .....	181
2. Selección de conglomerados mediante muestreo aleatorio simple .....	182
3. Conglomerados con distintos tamaños .....	187
4. Selección de conglomerados con probabilidades proporcionales al tamaño .....	189

5. Ejercicios resueltos .....	190
Ejercicio 7. 1 .....	190
Ejercicio 7. 2 .....	193
Ejercicio 7. 3 .....	194
Ejercicio 7. 4 .....	196
Ejercicio 7. 5 .....	201
Ejercicio 7. 6 .....	203
CAPÍTULO 8. MUESTREO POR CONGLOMERADOS EN DOS ETAPAS O BIETÁPICO .	207
1. Introducción .....	207
2. Estimadores de los parámetros mediante muestreo aleatorio simple en las dos etapas ...	208
3. Inseguridad y varianza de los estimadores .....	209
4. Conglomerados de distinto tamaño .....	211
5. Selección de conglomerados con reposición y probabilidades proporcionales al tamaño en la primera etapa .....	214
6. Ejercicios resueltos .....	217
Ejercicio 8.1 .....	217
Ejercicio 8. 2 .....	218
Ejercicio 8. 3 .....	221
Ejercicio 8. 4 .....	222
Ejercicio 8. 5 .....	225
Ejercicio 8. 6 .....	228
APÉNDICE I: TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS .....	231
APÉNDICE II: EJEMPLOS CON DATOS REALES .....	232
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS .....	257



# CAPÍTULO 1

## CONCEPTOS BÁSICOS

### 1. Elementos del problema de muestreo

La necesidad de información estadística parece interminable en la sociedad actual. Podemos observar cómo constantemente se recolecta información de todo tipo sobre conjuntos concretos de elementos (personas o cosas): el número de habitantes de una localidad, el beneficio de un sector empresarial, en qué invierten su tiempo libre los habitantes de grandes ciudades o la intención de voto de cara a una elecciones, entre otros.

Por tanto, estamos interesados en obtener información sobre poblaciones “concretas” en vez de sobre poblaciones “teóricas” como las estudiadas en otros ámbitos de la Estadística. Este tipo de investigación estadística tiene unas peculiaridades y unos conceptos básicos que vamos a resumir a continuación.

El soporte básico es la *población* o conjunto de elementos, que denotaremos por  $\mathbf{P} = \{ \quad \}$  o simplemente  $\mathbf{P} = \{ \quad \}$ , de la cual podemos obtener información sobre una *característica*  $\mathbf{X}$ , básicamente mediante dos estrategias:

- Examinar todas y cada una de las unidades que la componen, es decir, realizar un *censo* que proporciona un conocimiento total de la característica de estudio sobre la población de interés.
- Examinar sólo una parte de la población que recibe el nombre de *muestra*. A partir de ella se realizarán inferencias sobre la característica de estudio en toda la población. El conjunto de unidades de entre las que se seleccionará la muestra recibe el nombre de *marco*.

Dado que tomar muestras es menos costoso que realizar un censo, ofreciendo en condiciones adecuadas buenos resultados de precisión en las estimaciones que